සංඛ්‍යානය

(1) ජීව (B) සහ භෞතික (P) විද්‍යා සිසුන් 100 ක් සිටින මිශ්‍ර පාසලක එක් එක් ශිෂ්‍යා සඳහා T_1 සහ T_2 පත්‍ර වර්ග දෙකකින් එක් වර්ගයක් දෙන ලදී. නියම වර්ගීකරණය පහත වගුවේ දී ඇත.

ප්‍රශ්න පත්‍ර වර්ගය	ස්ත්‍රී / පුරුෂ භාවය	ජීව විද්‍යා (B)	භෞතික විද්‍යා (P)
T_1	ගැහැනු (F)	30	10
	පිරිමි (M)	15	5
T_2	ගැහැනු (F)	20	5
	පිරිමි (M)	10	5

i) ශිෂ්‍යයෙක් සසම්භාවී ලෙස තෝරාගන්නා ලදී. මෙම ශිෂ්‍යයා
   a) ගැහැණු ළමයෙකු වීමේ,
   b) ජීව විද්‍යා පාඨමාලාව හදාරන්නෙකු වීමේ,
   c) T_1 වර්ගයේ ප්‍රශ්න පත්‍රයක් දෙන ලද්දෙකු වීමේ,
   d) ගැහැනු ළමයෙකු යයි දී ඇති විට ජීව විද්‍යා පාඨමාලාව හදාරන්නෙකු වීමේ, සම්භාවිතාව සොයන්න.

ii) තෝරාගන්නා ලද ශිෂ්‍යයාගේ පත්‍රය ස්ත්‍රී පුරුෂ සම්භාවිතාව සොයන්න. (1987)

(2) i) එක්තරා නගරයක අනතුරු සිදුවීම පිළිබඳ අධ්‍යනයක් කිරීමට සමීක්ෂණයක් කර ඇත. නගරය තුළ පසුගිය දින 200 තුළ සිදුවන ලද අනතුරු සංඛ්‍යාව පහත සඳහන් වගුවේ දී ඇත.

දිනකට අනතුරු සංඛ්‍යාව	0	1	2	3	4	5
දින සංඛ්‍යාව	48	75	36	26	10	5

දිනකට අනතුරු වල මධ්‍යන්‍යය සංඛ්‍යාව සහ අනතුරුවල විචලතාව ගණනය කරන්න.

ii) එක්තරා පරීක්ෂණයක දී ගණිතය සඳහා සිසුන් 20 දෙනෙකු ලබාගන්නා ලද ලකුණුවල සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් 45 සහ 15 ලෙස ගණනය කර ඇත. මේවා ගණනය කිරීමේදී එක ශිෂ්‍යයෙකුගේ ලකුණු 80 ලෙස සාවද්‍යව කියවා ඇත. මෙම ශිෂ්‍යයාගේ සත්‍ය ලකුණු 60 නම් නිරවද්‍ය සමාන්තර මධ්‍යන්‍ය සහ සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න. (1989)

(3) A පාසලක සිසුන් 5 දෙනෙකු සඳහා ප්‍රශ්න පත්‍රයක් දෙන ලද අතර ඔවුන් විසින් ලබාගන්නා ලද ලකුණු 44, 39, 53, 24 සහ 30 ලෙස වාර්තා ගත කර ඇත.

B පාසලක සිසුන් 10 දෙනෙකු සඳහා එම ප්‍රශ්න පත්‍රයම දෙන ලදුව ඔවුන් විසින් ලබාගන්නා ලද ලකුණු 50, 43, 42, 49, 52, 27, 33, 42 සහ 23 ලෙස වාර්තා ගත කර ඇත.

i) අ) A පාසලෙහි ආ) B පාසලෙහි

සිසුන් විසින් ලබාගන්නා ලද ලකුණු වල මධ්‍යනය සහ විචලතාව සොයන්න.

ii) ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා සිසුන් විසින් ලබාගන්නා ලද ලකුණුවල මධ්‍යනය සහ විචලතාව ද සොයන්න.

අ) මධ්‍යයන තුන ආ) විචලතා තුන

අතර සම්බන්ධතාවයක් ප්‍රකාශ කරන්න.

[මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබගේ පිළිතුරෙහි සියලු ආගනනයන් පැහැදිලි ලෙස පෙන්විය යුතු ය.] (1990)

(4) කරපටි නිෂ්පාදන කරන්නෙක් තරුණයන්ගේ සිත් ගැනිය හැකි අලුත් මෝස්තරයක් නිපදවීම ගැන සලකා බලනු ලැබේ. ශිෂ්‍යයන් සමූහයකගේ මිණුම් මත පදනම් කරගනු ලැබූ ගෙලෙහි වට ප්‍රමාණය පිළිබඳ මතු දැක්වෙන දත්ත ඔහුට ප්‍රයෝජනයට ගත හැකිය.

මධ්‍යනය අගය (අඟල් වලින්)	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව
12.5	4
13.0	19
13.5	30
14.0	63
14.5	66
15.0	29
15.5	18
16.0	1
16.5	1

කරපටි තරමේ සාමාන්‍යය ද සම්මත අපගමනය ද ගණනය කරන්න. කර පටියේ තරම දළ වශයෙන් ප්‍රමත ලෙස ව්‍යාප්ති වී ඇතැයි උපකල්පනය කරමින් කර පටි මිලයට ගන්නා අයගෙන් 95% ක අවශ්‍යතා සපුරාලීම සඳහා ඔහු විසින් නිපදවිය යුතු කරපටිවල වැඩිතම සහ අඩුතම තරම ගණනය කරන්න. (1991)

(5) X සහ Y විචල්‍ය $Y = \frac{X-a}{b}$ වන පරිදි වේ. මෙහි a සහ b අඥාත නියත වේ. $\overline{X} = a + b\overline{Y}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි "$\overline{X}, \overline{Y}$" යන්නෙන් සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය හැඳින්වේ. A ගමකින් හා B ගමකින් අහඹු ලෙස තෝරාගත් පවුල් 98 ක මාසික ආදායම් පහත දැක්වෙන වගුවෙන් ගෙන දේ.

රු. 100 ඒකක වලින් මාසික ආදායම	පවුල් සංඛ්‍යාව	
	A ගම	B ගම
5 – 10	1	5
10 – 15	10	6
15 – 20	20	15
20 – 25	8	10
25 – 30	6	5
30 – 35	3	4
35 – 40	1	2
40 – 45	0	2

එක් එක් ගමක් සඳහා මධ්‍යනය, මධ්‍යස්ථය සහ මාතය සොයා ඔබේ ප්‍රතිඵල ගැන විවේචනයක් කරන්න. (1992)

(6) $x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots x_n$ යනු සංගහනයකින් ගත් නිරීක්ෂ්‍ය n වේ. නියැදි මධ්‍යන්‍යය $\bar{x}$ සහ නියැදි විචල්‍යතාව S_x^2 වේ. $\bar{X} = \frac{1}{n} = \sum_{i=1}^{n} x_i$ සහ $S^2{}_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ ලෙස අර්ථ දක්වේ.

$S_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x^2{}_i - \bar{x})^2$ ආකාරයෙන් S^2 ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. $y_1, y_2 \ldots\ldots\ldots y_m$ යනු දෙවැනි සංගහනයකින් ගත් නිරීක්ෂන m ද $\bar{y}$ සහ S_y^2 යනු පිළිවෙලින් නියැදි මධ්‍යන්‍යය සහ නියැදි විචලතාව ද යැයි ගනිමු. $\bar{z}$ සහ S_z^2 යනු සංයෝජිත සංගහනයේ නියැදි මධ්‍යන්‍යය සහ නියැදි විචලතාව නම්,

i) $\bar{z} = \frac{n\bar{x}+m\bar{Y}}{n+m}$

ii) $\frac{n(\bar{z}-\bar{x})^2 + m(\bar{z}-\bar{y})^2}{n+m} = \frac{n\bar{x}^2+m\bar{y}^2}{n+m} - \bar{z}^2$

iii) $\frac{nS_x^2 + mS_y^2}{n+m} = \frac{1}{n+m}\left\{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + \sum_{i=1}^{n} y_i^2\right\} - \frac{n\bar{x}^2+m\bar{y}^2}{n+m}$

iv) $S_z^2 = \frac{nS_x^2 + mS_y^2}{n+m} + \frac{n(\bar{z}-\bar{x})^2 + m(\bar{z}-\bar{y})^2}{n+m}$ බව පෙන්වන්න.

සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් උසස් පෙළ ශිෂ්‍යයන් 100 කට සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් උසස් පෙළ ශිෂ්‍යාවන් 50 කට සංඛ්‍යානය ප්‍රශ්න පත්‍රයක් දෙන ලදී. ඔවුන් ලබාගත් ලකුණු වලින් ගණනය කරන ලද තොරතුරු පහත වගුවෙන් දෙනු ලැබේ.

	අපේක්ෂක සංඛ්‍යාව	නියැදි මධ්‍යන්‍යය	නියැදි විචලතාව
ශිෂ්‍යයන්	100	41	9
ශිෂ්‍යාවන්	50	38	4

සංයෝජිත සංගහනයේ නියැදි මධ්‍යන්‍යය සහ නියැදි විචලතාව ගණනය කරන්න. පුද්ගලික ලකුණු වල වැඩි විචලතාවයක් ඇත්තේ ශිෂ්‍යයන් අතරේ ද ශිෂ්‍යාවන් අතරේ ද? (විචලතාව සංගුණකය S_x/x) (1993)

(7) i) පුණ්‍ය කටයුතුවල යෙදෙන සංගමයක් එක්තරා ගමක සිටින වයස අවුරුදු හැටකට වැඩි අයට මාසික දීමනාවක් ගෙවීමට තීරණය කරයි. දීමනා ක්‍රමය පහත දැක්වේ.

වයස් කාණ්ඩය (අවුරුදු වලින්)	මාසික දීමනාව (රුපියල් වලින්)
60 – 65	80.00
65 – 70	85.00
70 – 75	90.00
75 – 80	95.00
80 – 85	100.00

ඉහත කී දීමනාවට සුදුසුකම් හිමි 25 දෙනෙක් එම ගමෙහි සිටිති. ඔවුන්ගේ වයස අවුරුදු වලින් මතු දැක් වේ.

74 62 84 72 61 83 72 81 63 71 63 61 61
67 74 66 64 79 73 78 76 69 68 78 67

ගෙවිය යුතු මධ්‍යක මාසික දීමනාව සහ ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

ii) කිසියම් පන්තියක ශිෂ්‍යයන් 80 ක ගේ X උසෙහි ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් 135.3 cm සහ 9.6 cm වේ. $Y = \frac{X-a}{b}$ ආකාරයේ සුදුසු පරිණාමයකින් X පරිණාමනය කළ විට, ශිෂ්‍යයන්ගේ සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පහත දැක් වේ. මෙහි a සහ b නියතයන්ය.

Y හි අගය	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
සංඛ්‍යාතය	2	5	8	18	22	13	8	4

තථ්‍ය පන්ති ප්‍රාන්තරය ගණනය කරන්න. (1995)

(8) පහත දැක්වෙන වගුව එක්තරා විදුලි බල්බ නිෂ්පාදනාගාරයක ප්‍රතිදාන අතුරෙන් සසම්භාවී ලෙස ගත් බල්බ 200 කින් සමන්විත නියැදියක ආයු කාලය සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

ආයුකාලය (සති වලින්)	බල්බ ගණන
95 – 99	10
90 – 94	14
85 – 89	16
80 – 84	21
75 – 79	35
70 – 74	41
65 – 69	38
60 – 64	15
55 – 59	7
50 – 54	3

අ) මෙම ආයුකාලවල i) මධ්‍යස්ථය ii) පහළ චතුර්ථකය (Q_1) iii) උඩත් චතුර්ථකය (Q_3)
යන මේවා එක් දශම ස්ථානයකට නිමානය කරන්න.

ආ) මෙම ව්‍යාප්තියෙහි i) මධ්‍යන්‍යය ii) සම්මත අපගමනය iii) කුටිකතා සංගුණකය
යන මේවා එක් දශම ස්ථානයකට නිමානය කරන්න. මෙම ව්‍යාප්තියේ හැඩය කුමක්ද? (2000)

(9) සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යයන්‍යය, $\bar{x}$ අර්ථ දක්වන්න. a උපකල්පිත මධ්‍යයන්‍යය සහ c ධන නියතයක් වූ $y = \frac{x-a}{c}$ කේතනය ඇසුරෙන් $\bar{x} = a + c\,\bar{y}$ බව පෙන්වන්න. විචල්‍යතාව සඳහා $\sigma^2 = \frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{\sum f}$ අර්ථ දැක්වීමෙන් පටන්ගෙන ඉහත කේතනයම යෙදීමෙන් සම්මත අපගමනය සඳහා $\sigma = c\sqrt{\frac{\sum fy^2}{\sum f} - \bar{y}^2}$ සූත්‍රය ලබාගන්න. පහත දැක්වෙන වයස් පන්ති ව්‍යාප්තියෙන් ශ්‍රී ලංකාවේ 2003 වර්ෂය සඳහා නිමිති මුළු ජනගහනය මිලියන වලින් දැක්වෙයි.

වයස් පන්තිය (අවුරුදු)	සංඛ්‍යාතය (ජන සංඛ්‍යාව මිලියනවලින්)
0 සහ වැඩි, 10 ට අඩු	4.2
10 සහ වැඩි, 20 ට අඩු	3.9
20 සහ වැඩි, 30 ට අඩු	3.4
30 සහ වැඩි, 40 ට අඩු	3.2
40 සහ වැඩි, 50 ට අඩු	2.8
50 සහ වැඩි, 60 ට අඩු	2.8
60 සහ වැඩි, 70 ට අඩු	2.5
70 සහ වැඩි, 80 ට අඩු	1.6
80 සහ වැඩි, 90 ට අඩු	0.6
මුළු ජනගහනය	**25.0**

[සටහන : එක් එක් පන්තියේ පළල අවුරුදු 10 කි. අවුරුදු 90 ට වැඩි වයස් වූ ජන සංඛ්‍යාව නොසලකා හැරිය හැකිය.]

a = අවුරුදු 45 සහ එක් එක් පන්තියේ පළල වූ අවුරුදු 10 = c වශයෙන් ගෙන ඉහත කේතනයම යෙදීමෙන් එක් එක් පන්තිය සඳහා y , fy සහ fy^2 ගණනය කරන්න.

ඒනයින් ජනගහනයේ මධ්‍යයන්‍ය වයස සහ සම්මත අපගමනය අවුරුදු වලින් එක එකක් නිවැරදිව එක් දශමස්ථානයකට නිමානය කරන්න. (2001)

(10) ගෙඩි දෙසීයක් තිබෙන කෙසෙල් කැනක ඇති කෙසෙල් ගෙඩිවල මුළු බර නිමාණය කිරීම සඳහා එවැනි කැනකින් ගෙඩි විස්සක නියැදියක් අහඹු ලෙස ගන්නා ලදී. එක් එක් කෙසෙල් ගෙඩියක බර, ග්‍රෑම්වලින් සටහන් කර වර්ගීකරන ලද ප්‍රතිඵල පහත වගුවෙන් දැක් වේ.

පන්තිය	පන්ති සීමා (ග්‍රෑම්)	පන්ති ලකුණු (ග්‍රෑම්)	සංඛ්‍යාතය
1	28 – 32	30	7
2	33 – 37	35	6
3	38 – 42	40	4
4	43 – 47	45	2
5	48 – 52	50	1

පන්ති ලකුණු කේතනය කිරීමෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ මධ්‍යන්‍ය මධ්‍යස්ථය සහ මාතය යන මිනුම් සොයන්න. ඉහත ව්‍යාප්තියේ හැඩය කුමක්ද ? තව ද විචල්‍යතාව S_2 ගණනය කර ඒනයින් කුටිකතා සංගුණකය සොයන්න. හරියටම ගෙඩි දෙසීයකින් සමන්විත වෙනත් වර්ගයක කෙසෙල් කැනකින් අහඹු ලෙස ගෙඩි විස්සක තවත් නියැදියක් ගත්තේ යැයි සිතමු. බර කිරීමෙන් පසු කලින් ගත් පන්තිවලට ම වර්ගීකරණය කිරීමෙන් පසු පහත දැක්වෙන ප්‍රතිඵල ලැබුණි.

පන්තිය	1	2	3	4	5
සංඛ්‍යාතය	1	2	4	6	7

අලුතින් ගණනය කිරීම නොකර එහෙත් ඔබගේ ප්‍රතිඵලවලට හේතු දක්වමින් දෙවැනි ව්‍යාප්තියේ

i) හැඩය ii) විචලතාව iii) මධ්‍යන්‍ය, මධ්‍යස්ථය සහ මාතය

අපෝහනය කරන්න. සිල්ලර වෙළෙන්දෙකු තොග වෙළෙන්දෙකුගෙන් කෙසෙල් කැන් මිල දී ගැනීමට කැමැත්තේ නම් තොග වෙළෙන්දාටත් සිල්ලර වෙළෙන්දාටත් **එකඟ විය හැකි** ඉතාම සුදුසු මිනුම කුමක්ද? (2002)

(11) අමු දත්ත කුලකයක මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය සහ මාතය අර්ථ දක්වන්න. $x_1, x_2, \ldots\ldots x_N$; $N \geq 2$ නම් වූ අමු දත්ත කුලකයක $S^2 = \frac{1}{N}\left\{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{N}\left[\sum_{i=1}^{N} x_i\right]^2\right\}$ විචලතාවය සලකන්න. x_i නැමැති i වෙනි නිරීක්ෂණයහි $\bar{x}$ වලින් පවතින අපගමනය වන $d_i, d_i = x_1 - \bar{x}$, 1 , 2 ,…….. N මඟින් අර්ථ දක්වා ඇත. $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} d_i^2 = S^2$ බව පෙන්වන්න.

එක්තරා බැංකුවක සේවය කරන කාන්තාවන් පස්දෙනෙකුගේ වයස අවුරුදුවලින් x_1 , x_2 ,x_3 ,x_4 හා x_5 වේ. බාලම කාන්තාව හැරුණු කොට අන් එක් එක් කාන්තාව තමාගේ වයස හෙළි කිරීමට මැළි වේ. එහෙත් මෙම කාන්තාවන් පස්දෙනාගේ ම වයස්වල මධ්‍යන්‍යය සහ මධ්‍යස්ථය පිළිවෙලින් අවුරුදු 35 හා 36 බව අවුරුදු 31 ක් වයසැති බාලම තැනැත්තිය විසින් හෙළිදරව් කරයි. මාතය, මධ්‍යස්ථයට සමාන නොවේ නම් ඉහත දී ඇති අවශ්‍යතා සපුරාලන වයස් යි අගය කුලක දෙකක් පවතින බව පෙන්වන්න. වයස්වල විචල්‍යතාව වන S^2 , 5.2 බව තවදුරටත් හෙළි කළේ නම්, $d_i = x_i - \bar{x}$, i = 1,2,……5 අගයන්ගෙන් S^2 ගණනය කිරීමෙන් ඉහත වයස් කුලක දෙකෙන් නිවැරදි වයස් දෙනු ලබන්නේ කුමන කුලකයෙන් දැයි නිර්ණය කරන්න. තව ද වයස්වල කුටිකතා සංගුණකය ගණනය කරන්න. ඔවුන්ගේ සේවයෙන් විශ්‍රාම යාමේ වයස අවුරුදු 55 වන අතර $y_i = 55 - x_i$, i = 1,2,………5 යනු අවුරුදු වලින් ඉතිරි සේවාකාල යැයි ගනිමු. සම්මත අංකනයට අනුව $\bar{y} = 55 - \bar{x}$ බව පෙන්වන්න. $\bar{y}$ වලින් y_i සඳහා පවතින අපගමනය $-d_i$, (i = 1,2,…..5) ට සමාන වන බව ද පෙන්වන්න. ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ වයසෙහි විචලතාවයත් ඉතිරි සේවා කාලයේ විචලතාවයත් සමාන බව පෙන්වන්න. තව ද ඉතිරි සේවාකාලවල කුටිකතා සංගුණකයෙහි අගය ලියන්න. (2003)

(12) a) එක්තරා කර්මාන්ත ශාලාවක සේවකයින් 100 කගේ මාසික වේතනයන් පිළිබඳ තොරතුරු පහත වගුවේ දී ඇත.

මාසික වේතනය (රුපියල්වලින්)	සේවකයින් ගණන
6 000	35
10 000	30
15 000	25
20 000	10

මෙම වේතන ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය , මධ්‍යස්ථය හා මාතය සොයන්න. සේවකයින් 4 දෙනෙකු අතිකාල වැඩෙහි යෙදෙන්නේ නම් හා එක එකෙකු ඔහුගේ මාසික වේතනය රුපියල් 3750 කින් වැඩි කරගනු ලැබෙනම් මෙම අගයන්ගෙන් කවරක් වෙනස් වෙයිද? ඔබගේ පිළිතුරු සනාථ කරන්න.

b) මිනිසුන් 200 කගේ බර ආසන්න කිලෝග්‍රෑමයට මනිනු ලැබ ඇත. ලබාගත් ප්‍රතිඵල පහත වගුවේ පෙන්වා ඇත.

බර (kg)	45 – 54	55 – 64	65 – 74	75 – 84	85 – 94	95 – 104
සංඛ්‍යාතය	24	50	58	35	21	12

i) මාත පන්තිය හඳුනාගෙන ව්‍යාප්තියේ මාතය ආගණනය කරන්න.
ii) මධ්‍යස්ථ පන්තිය හඳුනාගෙන ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය ආගණනය කරන්න.
iii) ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය අගයන්න. (2004)

(13) a) නිරීක්ෂණ n අඩංගු කුලකයක මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව අර්ථ දක්වන්න. $\{x_1, x_2, \ldots\ldots x_n\}$ යනු මධ්‍යන්‍යය $\bar{x}$ හා විචලතාව σ_1^2 සහිත නිරීක්ෂණ n අඩංගු කුලකයක් යැයි ගනිමු. $\{y_1, y_2, \ldots\ldots y_m\}$ යනු මධ්‍යන්‍යය $\bar{y}$ හා විචලතාව σ_2^2 සහිත නිරීක්ෂණ m අඩංගු කුලකයක් යැයි ගනිමු. $\bar{z}$ හා σ^2 යනු පිළිවෙලින් සංයුක්ත නිරීක්ෂණ කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව යැයි ගනිමු.

i) $\bar{z} = \frac{n\bar{x}+m\bar{y}}{n+m}$ බව,

ii) $d_1 = \bar{x} - \bar{z}$ වන, $\sum_{i=1}^{n}(x-\bar{z})^2 = n(\sigma_1^2 + d_1^2)$ බව, (ඉඟිය : $x_i - \bar{z} = x_i - \bar{x} + \bar{x} - \bar{z}$)

iii) $d_2 = \bar{y} - \bar{z}$ වන, $\sigma^2 = \frac{1}{n+m}\{n(\sigma^2{}_1 + d^2{}_1) + m(\sigma^2{}_2 + d^2{}_2)\}$ බව පෙන්වන්න.

b) සිසුන් 100 ක කණ්ඩායමක් එක්තරා ගණිත පරීක්ෂණ පත්‍රයකට පෙනී සිටියහ. පරීක්ෂණ පත්‍රයෙහි සමත්වීමේ ලකුණ 30 වෙයි. සමත් අපේක්ෂකයින්ගේ ලකුණු ව්‍යාප්තිය පහත වගුවේ දී ඇත.

ලකුණු	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව
30 – 34	5
35 – 39	10
40 – 44	15
45 – 49	30
50 – 54	5
55 – 59	5

i) සමත් අපේක්ෂකයින්ගේ ලකුණු ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව සොයන්න.
ii) සියලු සිසුන් 100 දෙනාගේම ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමන පිළිවෙලින් 38 හා 12 වෙයි. අසමත් අපේක්ෂකයින්ගේ ලකුණු ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව සොයන්න. (2005)

(14) a) μ සහ σ මඟින් $\{x_i ; i ; 1, 2, 3, \ldots\ldots n\}$ අගය කුලකයෙහි පිළිවෙලින් මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය දැක්වේ යැයි ගනිමු. පහත දැක්වෙන එක් එක් අගය කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න.

i) $\{x_i + \alpha ; i = 1, 2 \ldots\ldots\ldots\ldots n\}$ මෙහි α නියතයක් වෙයි.
ii) $\{\beta x_i ; i = 1, 2, \ldots\ldots\ldots\ldots n\}$ මෙහි β නියතයක් වෙයි.

ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් , $\{2x_i + 3 ; i = 1, 2, \ldots\ldots n\}$ අගය කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මතත අපගමනය සොයන්න.

b) 3, 6, 9, 12, 4, 6, 8, 10, 12, 14, x, y සංඛ්‍යා දොළහේ මාතය 6 ද මධ්‍යනය 8 ද වෙයි.

i) x සහ y හි අගය සහ
ii) ඉහත සංඛ්‍යා දොළහේ මධ්‍යස්ථය සොයන්න. දැන් 8-k , 8, 8 + k අතිරේක සංඛ්‍යා තුනක් ඇතුළත් කළ විට සංඛ්‍යා පහළොවේ විචල්‍යතාව 12 බව පෙනේ. k හි අගයන් සොයන්න. (2006)

(15) a) ගාලු පාර ඔස්සේ කොළඹ දෙසට ධාවනය වන පෞද්ගලික බස්රථවල වේගය පැයට ආසන්න කිලෝමීටරයට කළුතර පාලම අසල දී නිරීක්ෂණය කරන ලදී. රැස්කරන ලද දත්ත පහත දැක්වෙන වගුවේ දී ඇත.

පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මැද අගය	15	30	45	60	75	90
සංඛ්‍යාතය	10	–	25	30	–	10

ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය 49.5 හා මාතය 55 වෙයි නම් දී නොමැති සංඛ්‍යාත දෙක නිමානය කරන්න.
ඒ නයින් ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සහ විචලතාව සොයන්න.

b) සංඛ්‍යා 12 ක් අඩංගු කුලකයක සංඛ්‍යාවල මධ්‍යන්‍යය 4 සහ සම්මත අපගමනය 2 වේ. සංඛ්‍යා 20 ක් අඩංගු දෙවැනි කුලකයක මධ්‍යන්‍යය 5 සහ සම්මත අපගමනය 3 වේ. සංඛ්‍යා 32 ම අඩංගු සංයුක්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න. (2007)

(16) මධ්‍යන්‍යය $\bar{x}$ ද සම්මත අපගමනය S_x ද වූ $\{x_1, x_2, \ldots\ldots x_3\}$ යන n සංඛ්‍යා කුලකය $i = 1,2,\ldots\ldots n$ සඳහා $y_i = ax_i + b$ සූත්‍ර මගින් $\{y_1, y_2, \ldots\ldots y_n\}$ යන n සංඛ්‍යා කුලකයට පරිණාමනය කරනු ලැබේ. මෙහි a සහ b නියත වේ. $\{y_1, y_2, \ldots\ldots y_n\}$ යන n සංඛ්‍යා කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් $\bar{y}$ සහ S_y යැයි ගනිමු.

i) $\bar{y} = a\bar{x} + b$ සහ

ii) $S_y = |a| S_x$ බව පෙන්වන්න.

එක්තරා විභාගයක භූගෝල විද්‍යාව සහ ඉතිහාසය යන විෂයවලට පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන්ගේ ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය පහත වගුවේ දැක්වෙයි.

	මධ්‍යන්‍යය	සම්මත අපගමනය
භූගෝල විද්‍යාව	m	12
ඉතිහාසය	53	s

එක් එක් විෂයයෙහි ලකුණු ඒකජ ලෙස පරිමාණගත කරන ලද්දේ මධ්‍යන්‍යය 50 ක් ද සම්මත අපගමනය 15 ක් ද තිබෙන ලෙස යැයි සිතමු.

එක්තරා අපේක්ෂකයකුගේ මුල් ලකුණු සහ පරිමාණගත ලකුණු පහත දැක්වේ.

	මුල් ලකුණ	පරිමාණගත ලකුණ
භූගෝල විද්‍යාව	40	40
ඉතිහාසය	61	56

m හි අගය සහ s හි අගය සොයන්න. අයදුම්කරුවන්ට ඔවුන්ගේ උත්තර පත්‍ර නැවත සමීක්ෂණය කර ගැනීම සඳහා ඉල්ලුම් කිරීමට ඉඩ දෙන ලදී. නැවත සමීක්ෂණයෙන් පසුව ඉතිහාසය විෂයයට පෙනී සිටි මුළු අයදුම්කරුවන් ගණනින් 0.1% ක ගේ ඉතිහාසය ලකුණු වෙනස් විය. ලකුණු වෙනස් වූ අයදුම්කරුවන්ගේ ඉතිහාසය ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය 65 සිට 68 තෙක් වැඩි වී තිබුණි. ඉතිහාසය විෂයයට පෙනී සිටි මුළු අයදුම්කරුවන්ගේ නැවත සමීක්ෂණයට පසු ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය සොයන්න. (2008)

(17) a) සංගහණයකින් ගන්නා ලද තරම n වන සසම්භාවී නියැදියක අගයන් $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ යැයි ගනිමු. $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\bar{x}$ යනු නියැදි මධ්‍යන්‍යය වේ. පිටු 250 ක් අඩංගු පොතක පළමු පිටු 200 තුළ එක එකක ඇති මුද්‍රණ දෝෂ ගණන වන x නිරීක්ෂණය කරන ලද අතර පහත සඳහන් විස්තර සොයාගන්නා ලදී. මුද්‍රණ දෝෂවල මුළු ගණන 920, මුද්‍රණ දෝෂවල වර්ගවල එකතුව 5032. පිටුවකට ඇති මුද්‍රණ දෝෂ ගණනෙහි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත

අපගමනය සොයන්න. අවසාන පිටු 50 තුළ පිටුවකට ඇති මුද්‍රණ දෝෂවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් 4.4 හා 2.2 වේ. ප්‍රමූල ධර්ම උපයෝගී කර ගනිමින් පොතෙහි පිටුවකට ඇති මුද්‍රණ දෝෂ ගණනෙහි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය දශමස්ථාන දෙකකට නිවැරදිව සොයන්න.

b) පරීක්ෂණයක දී සිසුන් කණ්ඩායමක් ශුද්ධ ගණිතය සඳහා ලබාගත් ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය 45 වේ. මෙම ලකුණු මධ්‍යන්‍යය 50 හා සම්මත අපගමනය 15 වන ආකාරයට රේඛීය ලෙස පරිමාංකනය කරනු ලැබේ. තව ද පරිමාංකනය කරන ලද 80 ලකුණ 70 මුල් ලකුණකට අනුරූප වන බව දී ඇත.

i) රේඛීය පරිමාණය
ii) මුල් ලකුණුවල සම්මත අපගමනය
iii) පරිමාංකනය මගින් වෙනස් නොවන ලකුණ ගණනය කරන්න. පරිමාංකනය කරන ලද ලකුණුවල අඩුතම හා වැඩිතම ලකුණු පිළිවෙලින් 2 හා 92 යැයි දී ඇත. ඒවාට අනුරූප මුල් ලකුණු සොයන්න. (2009)

(18) a) $\{x_1, x_2, \ldots x_3\}$ යනු එක්තරා අධ්‍යනයකින් ලබාගන්නා ලද නිරීක්ෂණ n වන කුලකයක් යැයි ගනිමු. මෙම දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය විචලතාව අර්ථ දක්වන්න. එක්තරා පෙති වර්ගයක ඇති ක්‍රියාකාරී ද්‍රව්‍ය කොටස් ප්‍රමාණය මිලිග්‍රෑම් 52 හා මිලිග්‍රෑම් 67 අතර වේ යැයි සැලකෙයි. අඩංගු ක්‍රියාකාරී ද්‍රව්‍ය කොටස් ප්‍රමාණය සඳහා පරීක්ෂා කරන ලද පෙති 40 කින් යුත් සසම්භාවී නියැදියක මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව පිළිවෙලින් මිලිග්‍රෑම් 58 හා $(\text{මිලිග්‍රෑම්})^2$ 3.2 වේ. දත්ත නැවත පරීක්ෂා කර බැලීමේ දී මිලිග්‍රෑම් 63 හා මිලිග්‍රෑම් 55 අගය දෙක සාවද්‍යව මිලිග්‍රෑම් 65 හා මිලිග්‍රෑම් 53 ලෙස ගෙන ඇති බව සොයාගන්නා ලදී.

i) මෙම වරද නිසා මධ්‍යන්‍යයට බලපෑමක් නොමැති බව,
ii) නිවැරදි කිරීම නිසා විචලතාව අඩුවන බව, පෙන්වන්න.

b)

පන්ති ප්‍රාන්තරය (බර කිලෝග්‍රෑම් වලින්)	සංඛ්‍යාතය
0 – 10	10
10 – 20	27
20 – 30	33
30 – 40	35
40 – 50	38
50 – 60	30
60 – 70	19
70 – 80	8

එක්තරා නගරයකදී කැලණි ගඟ හරහා මගීන් ප්‍රවාහනය කිරීමේ බලාපොරොත්තුවෙන් ආසන්න ලෙස කිලෝග්‍රෑම් 1 500 ක උපරිම භාරබරක් සහිත පාලම් පාරුවක් නිර්මාණය කෙරෙයි. මෙම බර සීමාව ඉක්මවා යෑම ආරක්ෂාකාරී නොවන බැවින් ප්‍රදේශයේ පළාත් පාලන අධිකාරියට මෙම පාරු සේවය ප්‍රයෝජනයට ගැනීමට බලාපොරොත්තුවන මගීන්ගේ බරෙහි ව්‍යාප්තිය සොයාගැනීමට සමීක්ෂණයක් පැවැත්වීමට වුවමනා වේ. මෙම මගී සංගහනයෙන් මගීන් 200 කින් යුත් සසම්භාවී නියැදියක් ගන්නා ලදී. මෙම මගීන් 200 දෙනාගේ බර සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ දී ඇත.

i) බරෙහි ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය හා මාතය සොයාන්න. වරකට ආරක්ෂිතව ප්‍රවාහනය කළ හැකි උපරිම මගීන් ගණන ඇසුරෙන් පාරුවෙහි බර සීමාව ප්‍රකාශ කිරීමට පළාත් පාලන අධිකාරිය බලාපොරොත්තු වේ. ඉහත තොරතුරු පදනම් කරගෙන වරකට ආරක්ෂිතව ප්‍රවාහනය කළ හැකි උපරිම මගීන් ගණන සොයන්න.

ii) ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය හා කුටිකතා සංගුණකය සොයා ව්‍යාප්තියේ හැඩය ලබාගන්න. (2010)

(19) පවුල 1 000 ක දෛනික වියදම් පහත වගුවෙහි දී ඇත.

දෛනික වියදම් රුපියල්වලින්	400 – 600	600 – 800	800 – 1000	1000 – 1200	1200 – 1400
පවුල් ගණන	50	x	500	y	50

ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය රුපියල් 900 නම් x සහ y සංඛ්‍යාත සොයා ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය ද රුපියල් 900 බව පෙන්වන්න. (2011)

(20) පසුගිය මාස 15 තුළ එක්තරා භාණ්ඩයක් සඳහා ලැබුණු ඇනවුම් සංඛ්‍යාවෙහි සාමාන්‍යය, මසකට ඇනවුම් 24 කි. හොඳම මාස තුනට මසකට ඇනවුම් 35 ක සාමාන්‍යයක් ඇත. අඩුම මාස හතරේදී භාණ්ඩ සඳහා ඇනවුම් 11 ක්, 14 ක්, 16 ක් හා 22 ක් ලැබිණි.

i) ඉතිරි මාස 8 හි ලැබුණු ඇනවුම් සංඛ්‍යාතවල සාමාන්‍යය

ii) මාස 15 හි ඇනවුම් සංඛ්‍යාවල පළමුවන චතුර්ථකය සොයන්න. (2011)

(21) $\{x_1, x_2, \ldots\ldots x_n\}$ නිරීක්ෂණ කුලකයක මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් $\bar{x}$ හා S_x වේ. a හා b නියත වන $y_i = a + bx_i$ රේඛීය පරිමාණය යොදාගෙන $\{x_1, x_2, \ldots\ldots x_n\}$ නිරීක්ෂණ කුලකය $\{y_1, y_2, \ldots\ldots y_n\}$ කුලකයට පරිණාමනය කර ඇතැයි සිතමු. $\bar{y} = a + b\bar{x}$ හා $s^2_y = b^2 s_x^2$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\bar{y}$ සහ s_y යනු $\{y_1, y_2, \ldots\ldots y_n\}$ කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය වේ.

i) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ නිරීක්ෂණ කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න. ඒ නයින්,

α) $\{2.01, 3.02, 4.03, 5.04, 6.05, 7.06, 8.07\}$ නිරීක්ෂණ කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය

β) මධ්‍යන්‍යය 5 හා සම්මත අපගමනය 6 වන අගය හතක් සොයන්න.

ii) ලුණු මලුවල අසුරනු ලබන අතර නිෂ්පාදකයා ඒවා එක එකක 25 kg ක් ඇති බව සඳහන් කරයි. නියම බර නොදන්නා එවැනි මලු 80 ක් සඳහා පහත දැක්වෙන තොරතුරු දී ඇත. $\sum_{i=1}^{80}(x_i - 25) = 27.2$ හා $\sum_{i=1}^{80}(x_i - 25)^2 = 85.1$; $\mathbf{x_i}$ (i = 1, 2 ……. 80) මගින් i වන මල්ලේ නියම බර දක් වේ. සුදුසු රේඛීය පරිමාණයක් යොදාගෙන හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ මලු අසූවෙහි නියම බරෙහි මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව සොයන්න. (2011)

(22) ස්වකීය සිසුන්ට දෙන ලද පරීක්ෂණයක් සඳහා A හා B පාසල්වල මධ්‍යන්‍ය ලකුණු පිළිවෙලින් 31හා 45 වෙයි. A පාසලෙහි ලකුණුවල ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය 5 වෙයි. ප්‍රතිඵල සැසඳීම සඳහා B පාසලෙහි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය A පාසලෙහි ඒවාට සමාන ද B පාසලෙහි ලකුණු 85 පරිණාමනය යටතේ ලකුණු 63 ද වන පරිදි රේඛීය පරිණාමනයක් මගින් B පාසලෙහි ලකුණු පරිමාණය කෙරේ. රේඛීය පරිණාමනය සොයා ඒ නයින්, B පාසලෙහි ලකුණුවල ව්‍යාප්තියේ මුල් සම්මත අපගමනය සොයන්න. (2012)

(23) නිරීක්ෂණ 100 ක මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් 30 හා 4.1 ලෙස ගණනය කර ඇත. එක් නිරීක්ෂණයක් නිවැරදි අගය 30 වෙනුවට 40 සාවද්‍ය ලෙස ලේඛනගතකර ඇති බව පසුව සොයාගෙන ඇත. නිරීක්ෂණ 100 හි නිවැරදි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය ආගණනය කරන්න. (2012)

(24) a) මල්ලක සුදු 5 ක්, කළු 3 ක් හා රතු 7 ක් වශයෙන් සර්වසම බෝල අඩංගු වෙයි. ප්‍රතිස්ථාපනය රහිතව බෝල තුනක් සසම්භාවී ලෙස මල්ලෙන් ගනු ලැබේ.

i) බෝල තුනම කළු වීමේ,

ii) බෝල තුනෙන් කිසිම බෝලයක් සුදු නොවීමේ,

iii) යටත් පිරිසෙයින් එක බෝලයක් සුදු වීමේ,

iv) බෝල වෙනස් වර්ණවලින් යුක්ත වීමේ,

v) කළු, රතු ඊළඟට සුදු යන පටිපාටියට බෝල තුන ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

b) එක්තරා පන්තියක සිසුන්ට සංඛ්‍යානය ප්‍රශ්න පත්‍රයක් දෙනු ලැබේ. මෙම සිසුන් ලබා ගන්නා ලද ලකුණු පහත දක්වෙන සමූහිත සංඛ්‍යාත වගුවෙහි දී ඇත.

ලකුණු පරාසය	සිසුන් ගණන
00 – 20	14
20 – 40	f_1
40 – 60	27
60 – 80	f_2
80 – 100	15

20 – 40 හා 60 – 80 ලකුණු පරාසවල සංඛ්‍යාත වගුවෙහි දක්නට නොමැත. කෙසේ නමුත් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මාතය හා මධ්‍යස්ථය පිළිවෙලින් 48 හා 50 බව දනී. වගුවේ දක්නට නොමැති සංඛ්‍යාත දෙක ගණනය කරන්න. ඒනයින්, සංඛ්‍යානය ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පෙනී සිටි මුළු සිසුන් ගණන ලබාගන්න. සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න. (2012)

(25) පහත දක්වෙන නිරීක්ෂණ අටෙහි මධ්‍යන්‍යය හා මාතය පිළිවෙලින් 4 හා 6 වේ. 2, 3, 6, 2, 1, x, y, z. මෙහි x, y හා z තාත්වික සංඛ්‍යා වේ. x, y හා z හි අගයන් සොයා නිරීක්ෂණ අටෙහි සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න. (2013)

(26) කුඩා ලෝහ බෝල 50 කින් සමන්විත කුලකයක විෂ්කම්භවල සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වෙන වගුවේ දී ඇත.

විෂ්කම්භය (cm)	කුඩා බෝල සංඛ්‍යාව
0.80 – 0.81	1
0.81 – 0.82	3
0.82 – 0.83	9
0.83 – 0.84	20
0.84 – 0.85	14
0.85 – 0.86	2
0.86 – 0.87	1

විෂ්කම්භවල ව්‍යාප්තියේ පළමු චතුර්ථකය ගණනය කරන්න. මෙම ලෝහ බෝල 50 කින් සමන්විත කුලකයේ විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය 0.835 cm සහ 0.01 cm බව දී ඇත. කුඩා ලෝහ බෝල 100 ක තවත් කුලකයක් සඳහා විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය පළමු ලෝහ බෝල 50 හි කුලකයේ විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය ම බව ද සම්මත අපගමනය 0.015 cm බව දී ඇත. ලෝහ බෝල 150 හි සංයුක්ත කුලකයේ විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව සොයන්න. දෙවන ලෝහ බෝල 100 ක කුලකය සඳහා මිනුම් ගැනීමේ දී භාවිත කරනු ලැබූ උපකරණය දෝෂ සහිත බව ද එමගින් එක් එක් බෝලයක විෂ්කම්භය 0.015 cm ප්‍රමාණයකින් අවතක්සේරු වී ඇති බව ද පසු ව සොයා ගනු ලැබිණ. මෙම ලෝහ බෝල 100 හි විෂ්කම්භයන්හි සත්‍ය මධ්‍යන්‍යය හා සත්‍ය සම්මත අපගමනය සොයන්න. (2013)

(27) සංඛ්‍යාත වගුවකට පළලින් සමාන පන්ති ප්‍රාන්තර පහක් ඇත. තෙවන ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය 22.5 වේ. පස්වන පන්ති ප්‍රාන්තරයේ උඩත් පන්ති මායිම 40 වේ. පළමු පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සිට අනුපිළිවෙලින් පන්ති ප්‍රාන්තරවල සංඛ්‍යාතයන් 7, 19, 27, 15 හා 2 වේ. ව්‍යාප්තියේ මාතය ගණනය කරන්න. (2013)

(28) නිරීක්ෂණ පහක මධ්‍යන්‍ය හා මධ්‍යස්ථය පිළිවෙළින් 7 හා 9 වේ. නිරීක්ෂණවල එකම මාතය 11 වේ. නිරීක්ෂණ සියල්ල ධන නිඛිල වේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, වැඩිතම නිරීක්ෂණය හා අඩුතම නිරීක්ෂණය සොයන්න. (2014)

(29) පහත දැක්වෙන නිරීක්ෂණ 100 ක සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය 31.8 වේ.

5 – 15	15 – 25	25 – 35	35 – 45	45 – 55
16	x	30	y	20

x හා y හි අගයන් සොයා, ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය නිමානය කරන්න. (2014)

(30) $\{x_1, x_2, ... x_n\}$ යන දත්ත කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව පිළිවෙළින් $\bar{x}$ හා σ_x^2 යැයි ගනිමු.

i) $\sigma_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}^2$ බව පෙන්වන්න.

ii) α හා β තාත්වික නියත යැයි ගනිමු. $\sum_{i=1}^{n}(\alpha x_i + \beta)^2 = n\alpha^2\sigma_x^2 + n(\alpha\bar{x} + \beta)^2$ බව පෙන්වන්න.

$i = 1, 2, ...n$ සඳහා $y_i = \alpha x_1 + \beta$ යැයි ගනිමු. $\bar{y} = \alpha\bar{x} + \beta$ බව පෙන්වා, ඉහත (i) හා (ii) භාවිතයෙන් $\sigma_y^2 = \alpha^2\sigma_x^2$ බව **අපෝහනය** කරන්න. මෙහි $\bar{y}$ හා σ_y^2 යනු පිළිවෙළින් $\{y_1, y_2, ... cy_n\}$ කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍ය හා විචලතාව වේ.
එක්තරා විභාගයක දී අපේක්ෂකයින් ලබා ගත් ලකුණුවල මධ්‍යන්‍ය 45 ක් වේ. මෙම ලකුණු, මධ්‍යන්‍ය 50 ක් හා සම්මත අපගමනය 15 ක් වන පරිදි ඒකජ ලෙස පරිමාණගත කළ යුතුව ඇත. පරිමාණගත ලකුණ වන 68 යන්නට අනුරූප මුල් ලකුණ 60 බව දී ඇත. මුල් ලකුණුවල සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.
අපේක්ෂකයෙකු ලබා ගත් මුල් ලකුණ වූ m, ඉහත පරිමාණගත කිරීමෙන් අඩු නොවන බව තවදුරටත් දී ඇත. $m \geq 20$ බව පෙන්වන්න. (2014)

(31) **පූර්ණ සංඛ්‍යා** හතක S කුලකයක සංඛ්‍යා පහත දැක්වෙන අයුරු ආරෝහණ පටිපාටියට සකසා ඇත. $S = \{1, 2, 4, x, y, 11, 13\}$ සංඛ්‍යාවල මධ්‍යන්‍ය y නම්, x හා y හි අගයන් නිර්ණය කරන්න. එහි සංඛ්‍යාවල විචලතාව $\frac{120}{7}$ බව පෙන්වන්න. (2015)

(32) මුහුණත් 1, 2, 3, 4, 5, 6 ලෙස සලකුණු කරන ලද දාදු කැටයක් 50 වරක් උඩ දැමූ විට දාදු කැටයේ උඩත් මුහුණතේ දක්නට ලැබුණු අංකවල සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පහත දැක්වේ.

අංකය	1	2	3	4	5	6
සංඛ්‍යාත	α	9	γ	11	8	7

සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යන්‍ය 3.66 බව දී ඇත්නම්, α හා γ හි අගයන් නිර්ණය කර, මාතය හා මධ්‍යස්ථය සොයන්න. (2015)

(33) කාර්මික විද්‍යාල සිසුන් 100 ක කණ්ඩායමක් මහා මාර්ගයක එක්තරා කොටසක් මනින ලද අතර, ඔවුන්ගේ මිනුම් පහත සඳහන් සංඛ්‍යාත වගුවේ දක්වා ඇත.

දිග (මීටර) x	99.8	99.9	100.0	100.1	100.2	100.3	100.4
සංඛ්‍යාත *f*	5	7	12	33	25	15	3

උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය $\bar{x}_a = 100.1$ හා $d = 0.1$ සඳහා, $y = \frac{x - \bar{x}_a}{d}$ පරිණාමනය භාවිතයෙන්, අනුරූප y හා y^2 අගයන් ඇතුළත් කෙරෙන පරිදි ඉහත වගුව විස්තීරණය කරන්න. y හි මධ්‍යන්‍ය සොයා, **ඒනයින්** x හි මධ්‍යන්‍ය 100.123 බව පෙන්වන්න. $\sqrt{1.917} \approx 1.385$ බව ගනිමින්, සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය, ආසන්න වශයෙන් දශමස්ථාන තුනකට නිවැරදිව ගණනය කරන්න. (2015)